La T.A.E. y el número e.

A lo mejor alguna vez has visto publicidad de un banco como ésta:

Mejor depósito creciente a 3 años de Activo Bank

Depósito Activo a 3 años de Activo Bank

1,75% TAE si se cancela durante el primer año,

2,25% TAE si se cancela durante el segundo año y

un 2,75 % TAE a vencimiento.

Y si lo cancela antes del plazo, continúa percibiendo un atractivo interés:

Contrátelo a partir de 3.000 euros

* Tipo de interés nominal anual: 2,72%. Liquidación de intereses trimestral. Importe mínimo: 3.000 €.

La tasa anual equivalente (TAE) es el rendimiento financiero cuando los intereses no se abonan anualmente. Veámoslo con el ejemplo del anuncio:

El tipo de interés nominal es del 2,72%, con liquidación trimestral. Eso quiere decir que cada trimestre se aplicará un interés de 0'68% (2,72% entre 4). Por tanto, cada euro se transformará en un trimestre en 1,0068 euros, y, en un año, en $1'0068^4 \cong 1,0275$. Eso significa que los intereses abonados finalmente son del 2,75%.

En general, si "a" es el tipo de interés anual en tanto por uno (0,0272 en el ejemplo anterior) y "n" el número de veces que se abonan al año (4, en el ejemplo anterior), la TAE se calcula así:

$$\left(\left(1+\frac{a}{n}\right)^{n}-1\right)\cdot 100$$

Cuanto mayor es n, mayor es la TAE. Es decir, el abono mensual es al final más beneficioso que el trimestral, y éste mejor que el anual.

Cabe preguntarse qué sucedería si el abono de intereses fuera semanal, diario, o incluso al minuto. Vamos a estudiarlo en el caso de que el interés anual fuera del 100% (a=1) viendo en qué se transforma un euro al cabo de un año:

n	1 euro se transforma en	TAE
1 (liquidación anual)	2	100%
12 (liquidación mensual)	$\left(1+\frac{1}{12}\right)^{12} \cong 2{,}6130$	161,3%
52 (liquidación semanal)	$\left(1+\frac{1}{52}\right)^{52} \cong 2{,}6926$	169,3%
360 (liquidación diaria)	$\left(1+\frac{1}{360}\right)^{360} \cong 2{,}7145$	171,5%
360·24 (liquidación cada hora)	$\left(1+\frac{1}{360\cdot 24}\right)^{360\cdot 24} \cong 2{,}7181$	171,8%

Si la liquidación fuera “al instante” (crecimiento natural), el euro se transformaría en:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = 2{,}7182818284590452353 60\ldots$$

Ese valor es el número “*e*” llamado constante de Euler o de Napier, ya que fue éste matemático quien lo utilizó por primera vez. Es un número irracional y aparece en numerosas fórmulas matemáticas. Además se cumple que:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{a}{n}\right)^{n} = e^{a}$$

Y, si

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \infty \Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{a_n}\right)^{a_n} = e$$

lo cual es muy útil en el cálculo de límites cuando aparece la indeterminación 1^{∞}: