**Sucesiones de números reales**

Una sucesión de números reales es una correspondencia que asigna a cada número natural n un número real $a\_{n}$.

El término general $a\_{n}$ se puede expresar mediante una fórmula o mediante una ley de recurrencia. Por ejemplo, en la sucesión aritmética

$$a\_{n}=\left\{10, 12, 14, 16,…\right\}$$

podemos decir que $a\_{n}=a\_{n-1}+2 $(ley de recurrencia) ó que $a\_{n}=2n+8$

Una sucesión es **creciente** cuando $a\_{n}\leq a\_{n+1}∀nϵN$ o, lo que es lo mismo, $a\_{n+1}-a\_{n}\geq 0 ∀nϵN$

Una sucesión es **estrictamente creciente** cuando $a\_{n}<a\_{n+1}∀nϵN$ o, lo que es lo mismo, $a\_{n+1}-a\_{n}>0 ∀nϵN$

Es **decreciente** cuando $a\_{n}\geq a\_{n+1} ∀nϵN$ o, lo que es lo mismo, $a\_{n+1}-a\_{n}\leq 0 ∀nϵN$

Una sucesión es **estrictamente decreciente** cuando $a\_{n}>a\_{n+1}∀nϵN$ o, lo que es lo mismo, $a\_{n+1}-a\_{n}<0 ∀nϵN$

Una sucesión **monótona** es la que es creciente o decreciente.

Ejemplo: la sucesión $a\_{n}=\frac{2}{n+1}$ es estrictamente decreciente (y por tanto monótona), ya que

$$a\_{n+1}-a\_{n}=\frac{2}{n+2}-\frac{2}{n+1}=\frac{2n+2-\left(2n+4\right)}{\left(n+2\right)\left(n+1\right)}=\frac{-2}{\left(n+2\right)\left(n+1\right)}<0 ∀n\in N$$

En cambio la sucesión $ a\_{n}=n^{2}-10n$ no es monótona, ya que

$$a\_{n+1}-a\_{n}=\left(n+1\right)^{2}-10\left(n+1\right)-\left(n^{2}-10n\right)=2n-9$$

Que para algunos valores de n (como 5) es >0 y para otros (como 3) es <0

Una sucesión está **acotada superiormente** cuando existe un $K\in R: a\_{n}<K ∀nϵN$. A K se le llama **cota superior** de $a\_{n}$.

Una sucesión está **acotada inferiormente** cuando existe un $k\in R: a\_{n}>k ∀nϵN$. A k se le llama **cota inferior** de $a\_{n}$.

Obsérvese que si existe una cota superior (inferior), entonces existen infinitas.

Una sucesión converge a un número L cuando $∀ε>0 ∃mϵN:si n\geq m⇒\left|L-a\_{n}\right|<ε$.

A L se le llama límite de $a\_{n}$ y se expresa así: $\lim\_{n→\infty }a\_{n}$

A las sucesiones que tienen límite se las llama **convergentes.**

Una sucesión tiende a $\infty $ cuando $∀K ∃mϵN:si n\geq m⇒a\_{n}>K.$ Se expresa $\lim\_{n→\infty }a\_{n}=\infty $

Una sucesión tiende a $-\infty $ cuando $∀K ∃mϵN:si n\geq m⇒a\_{n}<K.$ Se expresa $\lim\_{n→\infty }a\_{n}=-\infty $

Las sucesiones que tienden a $\infty $ ó a -$\infty $ se llaman **divergentes.**

Las sucesiones que no son convergentes ni divergentes se llaman **oscilantes**.

**Toda sucesión monótona y acotada es convergente.**

Cálculo de límites a partir de la fórmula del término general:

Teniendo en cuenta que $\lim\_{n→\infty }n=\infty $ y que el límite conmuta con las operaciones básicas, el cálculo se reduce a operar con $\infty $. Para ello hay que tener en cuenta que:

$$\infty \pm x=\infty ∀x\in R$$

$$x∙\infty =\pm \infty ∀x\in R^{\*}$$

$$\frac{x}{\infty }=0 ∀x\in R$$

$$x^{\infty }=\left\{\begin{matrix}\infty si x>1\\0 si-1<x<1\\∄ si x\leq -1\end{matrix}\right.$$

$$\infty ^{x}=\left\{\begin{matrix}\infty si x>0 \\0 si x<0\end{matrix}\right.$$

Hay algunas operaciones cuyo resultado no se puede saber sólo a partir de la expresión con $\infty $, son las llamadas indeterminaciones:

$$\infty -\infty ; 0∙\infty ; \frac{\infty }{\infty }; \frac{0}{0}; 0^{0}; \infty ^{0}; 1^{\infty }$$