*Las esferas o los planos perfectos no existen en el mundo real, pero son reales: existen en la imaginación humana, que es el mundo más importante que existe.*

Michael Atiyah. Matemático británico nacido en 1929.

**Matemáticas II. Examen de recuperación de la 1ª evaluación.**

**1. Dada la recta y el plano , se pide:**

**a) Estudia su posición relativa y, según el caso, el ángulo que forman o su distancia.**

Expresamos r en forma paramétrica resolviendo el sistema en función de z y tomándola como parámetro:

El vector normal a es ; recta y plano son secantes. Hallamos por tanto el ángulo que forman, ya que la distancia es 0.

**b) Encuentra todos los puntos de r que disten 2 unidades de**

**c) Explica cómo hallar la recta simétrica de r respecto a**

|  |  |
| --- | --- |
| La recta buscada pasará por y por , simétrico de un cualquiera. Para hallar podemos resolver el sistema formado por las dos ecuaciones de r y la de Para hallar hallamos s, recta perpendicular a por P (con como vector director) y hallamos  Para obtener P’, usamos que . |  |

**2. Estudia la posición relativa de las rectas r y s según los valores de a, b:**

Por tanto, si r y s pueden ser paralelas o coincidentes. Para que suceda esto último, ha de ser ;

Por tanto, coincidentes; paralelas stricto sensu

Si pueden ser secantes o cruzarse. Para que sean secantes ha de ser

Por tanto, secantes; se cruzan

**3. Dados los planos , encuentra razonadamente en cada caso un plano que pase por el origen de coordenadas y además:**

**a) Sea perpendicular a ambos**

tiene que tener por vector normal uno que sea perpendicular simultáneamente a y a , es decir, tenga la dirección de

**b) Forme con ellos una “tienda de campaña”**

Si llamamos M a la matriz de coeficientes de los tres planos y a la ampliada, ha de ser rg(M)=2, rg()=3. Por tanto, , siempre que y para que no haya paralelismos. Por ejemplo,

**c) Forme con ellos un haz**

En ese caso, ha de ser rg(M)=2=rg(). Por tanto, . Como queremos que pase por (0,0,0), ha de ser con lo que el único plano que cumple esto es , que es

**4. Dadas dos rectas paralelas y y un punto externo a ambas, explica cómo y cuándo se puede encontrar otra recta s que las corte simultáneamente y además pase por P. ¿Cuántas soluciones tiene este problema?**

Como la recta buscada tiene que ser coplanaria con las dos dadas, para que pase por P es necesario que éste se encuentre en el plano determinado por y . En ese caso habrá infinitas soluciones, ya que cualquier recta contenida en ese plano y que pase por P (salvo la paralela a y ) las cortará.

Para hallar una cualquiera de estas rectas buscamos cualquier vector que sea perpendicular al del plano que contiene a y . Este plano lo hallamos con un punto de una de las rectas, con el vector director de las rectas y con otro que una un punto de una con un punto de otra.

|  |  |
| --- | --- |
| Otra forma es coger un punto cualquiera de una de las rectas y hallar la recta que pasa por él y por P. |  |