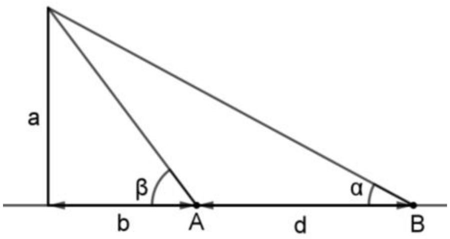
El futuro no es lo que va a pasar, sino lo que vamos a hacer.

Jorge Luis Borges. Escritor argentino (1899-1986)

4º de ESO. Matemáticas académicas. Examen de trigonometría. 06.06.2018.

1. Tales de Mileto (624-546 a. C.) se hizo célebre por calcular la altura de la pirámide de Keops a través de su sombra. Explica cómo procederías tú para hallar la altura de una pirámide en un día nublado disponiendo de instrumentos que te permitan medir ángulos y distancias. Ilustra tu explicación con los gráficos necesarios.

Como el pie de la pirámide no es accesible, habría que medir el ángulo de visión desde dos puntos A y B distintos, ambos situados en un mismo plano que contenga también a la altura de la pirámide. La distancia entre estos dos puntos (d) es conocida, no así la distancia entre el más próximo a la pirámide y su pie (b). Así, tendríamos dos incógnitas (altura a, distancia al pie b) que podremos hallar planteando dos ecuaciones con las tangentes de los ángulos de visión:

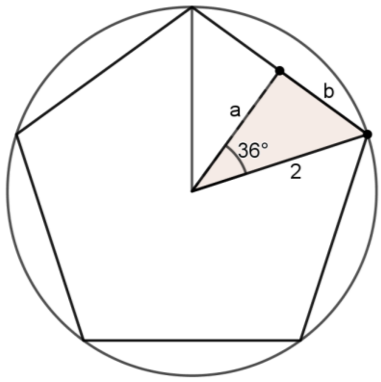


$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{tg}\beta = \dfrac{a}{b} \\ \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a}{b+d} \end{array}\right\}$$

Resolviendo este sistema obtenemos a.

2. Halla la apotema y el lado de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de radio 2 utilizando que

$$\boldsymbol{\cos 36° = \frac{1+\sqrt{5}}{4}}$$

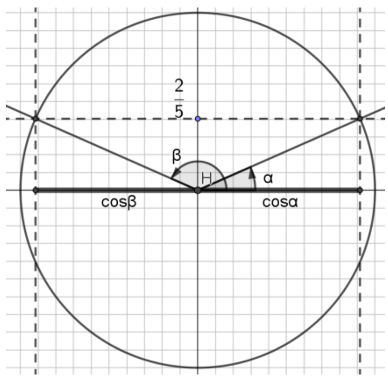


$$\cos 36° = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2\frac{1+\sqrt{5}}{4} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Para halar b podemos usar Pitágoras o el seno de 36°. Si usamos Pitágoras, se tiene:

$$b^2 = 4 - a^2 = 4 - \frac{1+5+2\sqrt{5}}{4} = 4 - \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{5-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2b = 2\cdot\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}} = \mathrm{L}$$

3. Representa en la circunferencia goniométrica los dos ángulos de la primera vuelta cuyo seno vale 2/5.



a) Si el menor vale α ¿Cuánto vale el otro (β)?

$180° - \alpha$

b) ¿Qué relación hay entre los cosenos de los dos ángulos?

$\cos\beta = -\cos\alpha$

c) Halla el valor exacto del coseno y la tangente de β

$$\cos\beta = -\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\beta} = -\sqrt{1-\frac{4}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5}; \operatorname{tg}\beta = -\frac{2}{\sqrt{21}}$$

5. a) Para celebrar la Pandorga, un repostero de Ciudad Real ha elaborado dos reproducciones de la puerta de Toledo en chocolate, huecas. La menor de ellas, de 40 cm de altura, pesa 800 g. ¿Cuánto pesará la mayor, de un metro de altura? b) También ha hecho dos catedrales en mazapán, éstas macizas. La menor mide 30 cm y pesa dos kilos. La mayor pesa 10 kilos ¿Cuánto mide? *(Da resultados exactos y luego, si es necesario, aproxímalos a gramos o cm)*

a) Al ser huecas, el peso es proporcional a la superficie, y ésta, al cuadrado de la razón de semejanza. Si llamamos x al peso de la mayor, se tiene:

$$\mathrm{r} = \frac{100}{40} = \frac{5}{2}; \quad \frac{\mathrm{x}}{800} = \mathrm{r}^2 \Rightarrow \mathrm{x} = 800\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 800 \cdot \frac{25}{4} = 5000\mathrm{g} = 5\ \mathrm{Kg}$$

b) Ahora el peso es proporcional al volumen, que a su vez es proporcional al cubo de la razón de semejanza. Llamando y a la longitud de la reproducción mayor se tiene:

$$\frac{10}{2} = \mathrm{r}^3 \Rightarrow \mathrm{r} = \sqrt[3]{5}; \quad \frac{\mathrm{y}}{30} = \mathrm{r} \Rightarrow \mathrm{y} = 30\sqrt[3]{5} \cong 51\ \mathrm{cm}$$

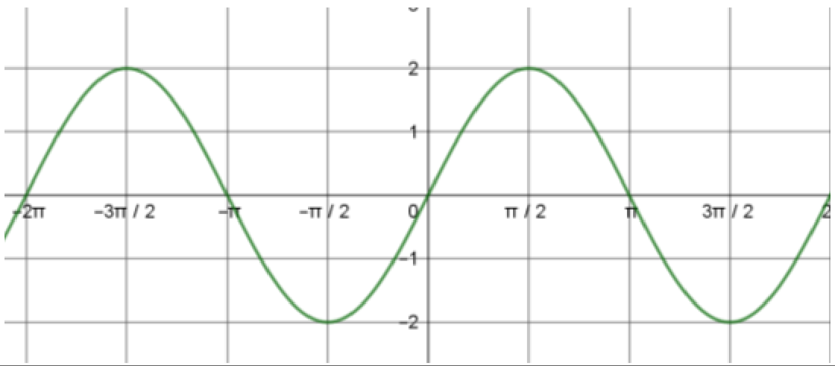
4. a) La fórmulas correspondientes a tres de las siguientes gráficas están en la lista de abajo. Asocia razonadamente cada gráfica a su fórmula y escribe la fórmula que falta:

$$\mathbf{y = 2sen\,x; \quad y = 2 + sen\,x; \quad y = sen\,2x; \quad y = \frac{sen\,x}{2}}$$

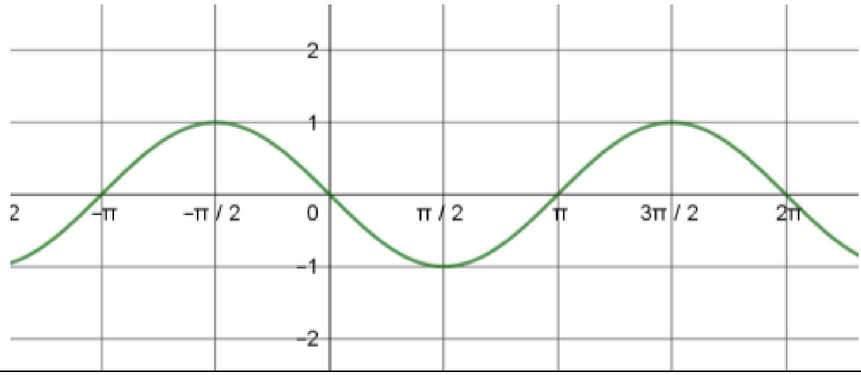
b) Una de las gráficas representa la variación de la longitud de un pistón en funcionamiento ¿Cuál puede ser y por qué?

Ha de ser la D, ya que la longitud de un pistón sólo puede tomar valores positivos.

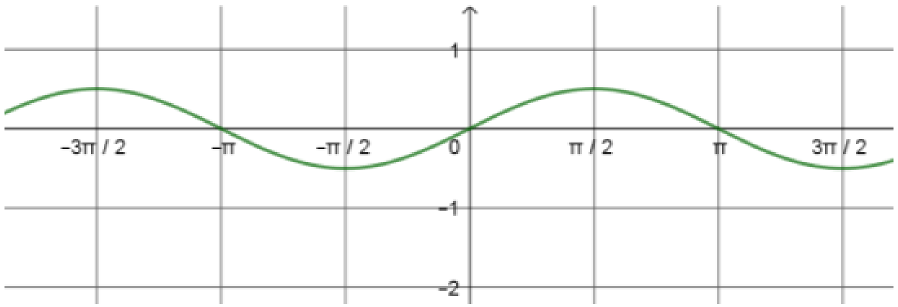
A: $y = 2\text{sen x}$



B: $y = -\text{sen x}$



C: $y = \frac{(\text{sen x})}{2}$



D: $y = 2 + \text{sen x}$