Paciencia: todo es difícil antes de convertirse en fácil.

*Saadi, poeta iraní (1184-1283)*

**4º de ESO. Matemáticas académicas. 14.12.2016**

1. **(3 puntos)** Simplifica las siguientes fracciones algebraicas cuando sea posible:

$$a) \frac{x^{3}+x^{2}}{x^{2}+3x+2}=\frac{x^{2}(x+1)}{(x+1)(x+2)}=\frac{x^{2}}{x+1}$$

$$b) \frac{4x^{2}-4x+1}{4x-2}=\frac{\left(2x-1\right)^{2}}{2(2x-1)}=\frac{2x-1}{2}$$

$$ c) \frac{25x^{2}-1}{5x^{2}+9x-2}=\frac{\left(5x-1\right)\left(5x+1\right)}{(5x-1)(x+2)}=\frac{5x+1}{x+2}$$

2. **(3 puntos)** Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) x^{4}-3x^{3}=x^{2}-3x⇒x^{4}-3x^{3}-x^{2}+3x=0⇒x\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x-3\right)=0⇒$$

$$⇒\left\{\begin{matrix}\begin{matrix}x=0\\x-1=0⇒x=1\end{matrix}\\\begin{matrix}x+1=0⇒x=-1\\x-3=0⇒x=3\end{matrix}\end{matrix}\right.$$

$$b) 4x^{4}-9x^{2}+2=0⇒x^{2}=\frac{9\pm \sqrt{81-32}}{8}=\frac{9\pm 7}{8}=\left\{\begin{matrix}2⇒x=\pm \sqrt{2}\\\frac{1}{4}⇒x=\pm \frac{1}{2}\end{matrix}\right.$$

$$c) \frac{4}{x+3}-\frac{3}{x}=5⇒4x-3\left(x+3\right)=5x\left(x+3\right)⇒5x^{2}+14x+9=0⇒$$

$$⇒x=\frac{-14\pm \sqrt{196-180}}{10}=\frac{-14\pm 4}{10}=\left\{\begin{matrix}-1\\-\frac{9}{5}\end{matrix}\right.$$

3. **(1 punto)** Encuentra razonadamente el valor de a$\in R$ para el cual $x+1$ es divisor del polinomio $P\left(x\right)=x^{100}+ax^{31}-5x+1$

Por el teorema del resto, $x+1$ es divisor de $P\left(x\right)=x^{100}+ax^{31}-5x+1⇔$

$$⇔P\left(-1\right)=0⇔\left(-1\right)^{100}+a\left(-1\right)^{31}-5\left(-1\right)+1=0⇔1-a+5+1=0⇔a=7$$

4. **(2 puntos)** A continuación tienes las gráficas de $y=x^{2}-5x-6$ e $y=12+x-x^{2}$

a) Halla las coordenadas de los puntos A, B, C y D y asocia cada polinomio a su gráfica.

b) Con la ayuda de la gráfica, resuelve el sistema de inecuaciones $\left.\begin{matrix}x^{2}+5x-6<0\\12+x-x^{2}\geq 0\end{matrix}\right\}$

$x^{2}+5x-6=0⇒x=-1(D), x=6(C)$; por tanto, la gráfica de $y=x^{2}-5x-6$ es la que corta en D y en C

 $12+x-x^{2}=0⇒x=-3(A), x=4(B)$; por tanto, la gráfica de $y=12+x-x^{2}$ es la que corta en A y en B

 

La solución a $x^{2}+5x-6<0$ es el intervalo $\left]-1,6\right[ $ (correspondiente a la zona de la curva que queda por debajo del eje OX)

La solución a $12+x-x^{2}\geq 0$ es $\left[-3, 4\right]$ (correspondiente a la zona de la curva que queda por encima del eje OX)

La solución del sistema es $\left]-1,6\right[∩\left[-3, 4\right]=\left]-1, 4\right]$