El gusto por las ciencias abstractas en general, y sobre todo por los misterios de los números es muy raro, puesto que los encantos de esta sublime ciencia en toda su belleza sólo se revelan a aquellos que tienen el valor de profundizar en ella.

Carl Friedrich Gauß. Carta a Sophie Germain (1807).

**Matemáticas II. Examen de Análisis. 17.03.2016**

***Nombre:***

1. Calcula a para que se pueda aplicar el teorema de Weierstraß a la función f en el intervalo y encontrar el punto o puntos a los que hace referencia el teorema.

2. Demuestra que la ecuación tiene exactamente tres soluciones reales.

|  |  |
| --- | --- |
| 3. Dibuja de forma aproximada la función derivada de la de la imagen |  |

4. Halla los extremos relativos y las inflexiones de la función

5. Calcula

**Cada ejercicio vale 2 puntos**

**1. Calcula a para que se pueda aplicar el teorema de Weierstraß a la función f en el intervalo y encontrar el punto o puntos a los que hace referencia el teorema.**

Para poder aplicar el teorema de Weierstraß, f debe ser continua en , para lo cual debe ser

El máximo y el mínimo absoluto que según el teorema tiene f en el intervalo pueden alcanzarse en (posible punto anguloso) o donde se anule f’, cosa que no ocurre.

el máximo es y el mínimo es .

**2. Demuestra que la ecuación tiene exactamente tres soluciones reales.**

Sea

f es continua y derivable en todo por ser polinómica; por el teorema de Bolzano, f se anula al menos una vez entre , otra vez entre y otra vez entre . Es decir, tiene como mínimo tres soluciones reales.

Por otro lado,

Si f tuviera 4 ó más raíces, habría al menos tres intervalos en los que se podría aplicar el teorema de Rolle, y por tanto su derivada se anularía al menos tres veces, pero sólo se anula en ; por tanto no puede haber más de tres raíces reales.

|  |  |
| --- | --- |
| **3. Dibuja de forma aproximada la función derivada de la de la imagen**  En A y en B hay extremos relativos, luego la derivada debe valer 0.  A la izquierda de B y a la derecha de A la función es creciente, luego f’ es positiva, al contrario que entre A y B.  Cuando la función se aproxima a la asíntota, luego su pendiente se aproxima a la de la asíntota y por tanto tiende a un valor finito y positivo, el de la pendiente de la asíntota.  Cuando la tangente tiende a ponerse vertical, luego su pendiente tiende a |  |

**4. Halla los extremos relativos y las inflexiones de la función**

**5. Calcula**