**Matemáticas II. Ejercicios de derivadas propuestos en las PAU**

1. Dada la función f(x) =$x^{3}+3x^{2}+ax-6$, a ∈ R, se pide: a) Determinar el valor del parámetro a ∈ R para que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f(x) en su punto de inflexión sea −3.) b) Para el valor del parámetro encontrado, calcular los extremos relativos e intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x).

2. Dada la función f(x) =$2xe^{1-x}$ se pide: a) Estudiar si tiene asíntotas horizontales b) Calcular sus puntos de inflexión.

3. Dada la función f(x) =$e^{sen x}+x^{2}+ax+b$, a, b ∈ R a) Determina los parámetros a, b ∈ R sabiendo que la gráfica de f(x) pasa por el punto (0,2) y que en dicho punto tiene un extremo relativo. b) Para los valores de los parámetros encontrados, estudia si dicho extremo relativo es un máximo o un mínimo

4. Calcula el dominio y las asíntotas de las siguientes funciones

$$f\left(x\right)=\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2} g\left(x\right)=\frac{x^{3}}{x^{2}-4x+4}$$

5. Dada la función f(x) = (x + 1)$e^{2x}$ , calcula los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión de f(x).

6. a) Calcula los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f(x) =$1+x^{2}e^{-x^{2}}$ b) Calcula las asíntotas de f(x).

7. Calcula los intervalos de concavidad y convexidad de la función
$$f\left(x\right)=\frac{x-1}{2x+2}$$

8. Para la función f(x) =$\sqrt{x^{2}+x+1}$ a) Estudia sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus extremos relativos. b) Estudia si tiene asíntota oblicua cuando x → +∞.

9. a) Enuncia el Teorema de Bolzano. b) Razona que las gráficas de las funciones f(x) = $e^{x}$ y g(x) =$3x^{5}-10x^{4}+10x^{3}+3$ se cortan en algún punto con coordenada de abscisa entre -1 y 0. c) Calcula los puntos de inflexión de f(x).

10. a) Calcula los valores de los parámetros a, b ∈ R para que la función

$$f\left(x\right)=\frac{ax^{2}+bx}{x+1}$$

 tenga como asíntota oblicua la recta y = 2x + 3. b) Para los valores encontrados, escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisas x = 0.

11. a) Calcula el valor de a ∈ R, a > 0, para que la función sea continua en x = 0.

$$f\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}\frac{e^{x}-e^{-x}}{ax} si x<0\\\left(\frac{2x+7}{2x+1}\right)^{x}si x\geq 0\end{matrix}\right.$$

b) Calcula su límite cuando x→+∞

12. a) Interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto. b) Halla el punto de la gráfica de la función f(x) =$x^{3}+3x^{2}+1 $donde la recta tangente tiene pendiente mínima.

13. a) Enuncia el Teorema de Rolle. b) Razona que existe al menos un punto en el intervalo (1,2) donde la recta tangente a la gráfica de la función f(x) =$x^{5}+3x^{4}-5x^{3}-15x^{2}+4x+12$ tiene pendiente nula.

14. a) Enuncia el Teorema del valor medio de Lagrange. b) Calcula un punto del intervalo [−2,2] en el que la recta tangente a la gráfica de la función f(x) = $x^{2}+3x+2$ sea paralela a la recta que pasa por los puntos (−2, 0) y (2, 12).

15. La concentración (en %) de nitrógeno de un compuesto viene dada, en función del tiempo t ∈ [0, +∞) medido en segundos, por la función

$$N\left(t\right)=\frac{60}{1+2e^{-t}}$$

 a) Comprueba que la concentración de nitrógeno crece con el tiempo. ¿Para qué t ∈ [0, +∞) la concentración de nitrógeno es mínima y cuál es esta concentración? b) ¿A qué valor tiende la concentración de nitrógeno cuando el tiempo tiende a infinito?

16. Dada la función

$$f\left(x\right)=\frac{ax^{2}+b}{2x+6}$$

calcula los parámetros a, b ∈ R sabiendo que f(x) tiene una asíntota oblicua de pendiente 2 y un mínimo relativo en el punto de abscisa x = 0.

17. La función

$$f\left(x\right)=\frac{ax+b}{x^{2}+1}$$

con a, b ∈ R tiene un punto crítico en (1, 1). Calcula a y b y demuestra que el punto crítico es un máximo.

18. Estudia si tiene puntos de inflexión. (1,5 puntos) b) ¿En qué puntos de la gráfica de f(x) la recta tangente es paralela a la recta y = x − 2?