Logaritmos

Si *a, b* son números reales positivos y *a*1, se define el logaritmo en base *a* de **b** como el número al que hay que elevar *a* para obtener *b*. Es decir:

|  |
| --- |
|  |

Los logaritmos más utilizados son los decimales (base 10, log b), y los neperianos (base *e*, Ln b).

De la definición se deduce directamente que:

Además tienen otras 4 propiedades importantes:

**1.**

En efecto,

En efecto,

En efecto,

En efecto,

# **¿Para qué se usan los logaritmos?**

La gran ventaja de los logaritmos consiste en que crecen mucho más despacio que los propios números. En base 10, por ejemplo, mientras x recorre desde 1 hasta un billón (=1012), sólo recorre desde 0 hasta 12. Por  eso proporcionan una escala adecuada para medir magnitudes cuyos rangos de variación son enormes, como la intensidad del sonido o de los terremotos.

Otra gran ventaja del cálculo con logaritmos es la posibilidad de rebajar el grado de las operaciones aritméticas, ya que transforman los productos en sumas, los cocientes en restas, las potencias en multiplicaciones y las raíces en divisiones por el índice de la raíz.

## **1. La tabla de logaritmos como calculadora.**

Antes de que se generalizara el uso de calculadoras y computadores, las tablas logarítmicas suponían una gran ayuda para estudiantes o contables.

Obsérvese que , por lo que basta tener tablas de números entre 1 y 10.

Por ejemplo para calcular procedemos como sigue:

El paso (1) se hace utilizando las tablas y sumando a mano; el paso (2) de forma análoga, usando las tablas pero al revés.

Para calcular :

Hay que a hacer a mano la división entre 3.

## **2. Logaritmos y decibelios.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sonido | Intensidad aprox. en vatios/m2 | Decibelios |
| Umbral de audición | =10-12 |  |
| Susurros | 510-10 |  |
| Conversación normal | 310-6 |  |
| Tráfico muy intenso | 810-4 |  |
| Martillo neumático | 310-3 |  |
| Umbral del dolor | 100 |  |

El oído humano percibe un rango enorme de intensidades sonoras I (medidas en vatios/m2), entre un umbral 10-12 y sonidos  del orden de billones de veces más intensos, como muestra la tabla:

Pero al crecer la intensidad geométricamente, la sensación percibida lo hace de forma aproximadamente aritmética. Por eso se introdujo la escala de medida en belios y **decibelios**(en honor de A. G. Bell, el inventor del teléfono), en la cual un sonido de intensidad I tiene, por definición, un nivel enbelios de y, en decibelios (la décima parte del belio), de

Así, un tráfico muy intenso tendrá

¿Por qué multiplicar por 10? Porque de 4 a 4,1 hay una diferencia perceptible (aunque muy poco) por el oído humano. Por eso el decibelio es más “natural” que el belio.

## **3. Logaritmos y terremotos.**

Una primera medida de la intensidad de los terremotos son los daños que ocasiona. Para lograr una caracterización más precisa, se han desarrollado diversas escalas. Ahora bien, hay una dificultad: parece lógico medir los seísmos por la energía que liberan, pero estas energías son números en ocasiones enormes. Baste decir que hay terremotos cien mil millones de veces más fuertes que otros, y por otro lado que uno no muy intenso (magnitud 5,5) libera tanta energía como la explosión nuclear de 10 kilotones realizada en Bikini en 1946.

Para evitar esos números tan grandes, igual que ocurre para medir los sonidos, las escalas usan logaritmos. La escalamás utilizada la introdujo en 1935 **C. Richter**(1900‑1985) y define la magnitudM de un terremoto en función de la amplitud A de sus ondas superficiales así:

M = log A + C

donde C = 3,3+ 1,66 log D *‑ l*og T  es una constante que depende del período T de las ondas re­gistradas en el sismógrafo y de la distancia Dde éste al epicentro, en grados angulares. Es muy importante darse cuenta de que la magnitud M es una medida logarítmica. Eso hace que la diferencia en­tre dos seísmos de magnitudes M1= 6 y M2= 8, que dicho así no parece muy grande, significa en realidad que en un caso  log (A1)+ C = 6, y en el otro log (A2) + C = 8. Restando,

¡100 veces más intenso!

 Al ser logarítmica la magnitud M, una diferencia de 1 unidad en magnitud significa 10 veces más de amplitud en la onda sísmica registrada, lo cual puede ser catastrófico en sus efectos.  Un terremoto de magnitud 1 o  2 es muy débil, y los de magnitud mayor que 7 devastadores. El más fuerte registrado en España tuvo lugar en Granada en 1884, con una magnitud 6,7 en la escala Richter. El de San Francisco de 1906 tuvo magnitud 8,25.

## **4. El pH**

El pH es una medida de [acidez](https://es.wikipedia.org/wiki/Acidez) o [alcalinidad](https://es.wikipedia.org/wiki/Base_(qu%C3%ADmica)) de una [disolución](https://es.wikipedia.org/wiki/Disoluci%C3%B3n). El pH indica la concentración de iones [hidronio](https://es.wikipedia.org/wiki/Hidronio) [H3O]+ presentes en determinadas disoluciones. La sigla significa ‘potencial hidrógeno’.

Este término fue acuñado por el [químico](https://es.wikipedia.org/wiki/Qu%C3%ADmica) [danés](https://es.wikipedia.org/wiki/Dinamarca) [Søren P. L. Sørensen](https://es.wikipedia.org/wiki/S._P._L._S%C3%B8rensen) (1868-1939), quien lo definió en 1909 como

Donde denota la [actividad](https://es.wikipedia.org/wiki/Actividad_(qu%C3%ADmica)) de los [iones](https://es.wikipedia.org/wiki/Ion) hidrógeno.

Por ejemplo, una concentración de [H3O+] = 1 × 10−7 M (0,0000001) es simplemente un pH de 7, ya que pH = –log[10−7] = 7

En disolución acuosa, la escala de pH varía, típicamente, de 0 a 14. Son [ácidas](https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81cido) las disoluciones con pH menores que 7 (el valor del exponente de la concentración es mayor, porque hay más iones en la disolución) y [alcalinas](https://es.wikipedia.org/wiki/Base_(qu%C3%ADmica)) las de pH superiores a 7. Si el disolvente es agua, el pH = 7 indica neutralidad de la disolución.

pH de algunas sustancias: [Piel humana](https://es.wikipedia.org/wiki/Piel_humana): 5,5 ; [leche](https://es.wikipedia.org/wiki/Leche): 6,5; sangre: entre 7,35 y 7,45; [detergentes](https://es.wikipedia.org/wiki/Detergente): 10,5 aproximadamente; agua: 7 (pH neutro); [zumo de limón](https://es.wikipedia.org/wiki/Lim%C3%B3n): 2.

**Actividades:**

1. Completa la tabla de decibelios de sonidos.

2. Compara el terremoto de Lorca (5,1 grados) con el de Japón que provocó el desastre de Fukushima (9,0 grados), ambos sucedidos en 2011.

3. Si un violín produce un sonido de 80 decibelios ¿Cuánto emitirá un cuarteto de cuerda? ¿Y una orquesta de 50 violines? ¿Cuántos harán falta para llegar a los 100 dB?

4. ¿Qué pH tendrá una limonada realizada mezclando un litro de agua con un litro de zumo de limón? ¿Cuánta agua habrá que echarle a un litro de zumo de limón para que el pH de la mezcla sea 3?