*El mayor defecto de la especie humana es nuestra incapacidad para comprender el crecimiento exponencial.*

Albert Bartlett (1923-2013). Físico estadounidense.

**3º de ESO. Examen de matemáticas académicas. 10.12.2015.**

***Nombre:***

1. Realiza las siguientes operaciones (si es posible) (2 puntos):

|  |  |
| --- | --- |
| $$a) \left(2^{7}\right)^{2}∙2^{7}^{2}=$$$$b) \sqrt{3}+\sqrt[4]{9}+\sqrt{12}=$$ | $$c) \left(2+\sqrt{3}\right)∙\left(5-2\sqrt{3}\right)=$$$$d)\frac{3^{15}}{9^{-2}}+3^{11}=$$ |

2. Encuentra el valor de x razonadamente (1,5 puntos):
$$a)\sqrt{3^{7}}=3^{x}∙\sqrt{3} b) 5^{x}∙5=\frac{1}{25} c)\frac{4^{x}}{2^{7}}=32 $$

3. El volumen de un cubo es de 32 cm3. Calcula su arista y el área y la diagonal de sus caras. (2 puntos)

4. Un inquilino firma un contrato de alquiler por el que debe abonar 400 euros al mes. Si cada año le suben un 4%

a) ¿Cuánto pagará al mes durante el décimo año?

b) ¿Cuánto dinero habrá desembolsado en total si permanece durante 10 años en el piso?

(1,5 puntos)

5. Supongamos ahora que en lugar de un 4% le ofrecen una subida de 20 euros mensuales cada año (es decir, el segundo año pagaría 420 al mes, el tercero 440, etc.). Contesta a las mismas preguntas que en el problema anterior. (1,5 puntos)

6. La figura sombreada que tienes al margen es un fractal formado por infinitos triángulos equiláteros. Si partimos del mayor, de área la unidad,

a) forma la sucesión de las áreas de los triángulos e indica de qué tipo es.

b) Calcula el área total.

(1,5 puntos)

|  |  |
| --- | --- |
| **Estándares de aprendizaje evaluables** | **Ejercicios** |
| **Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes matemáticas** |
| 1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuados. | 3,4,5,6 |
| 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos necesarios, datos superfluos, relaciones entre los datos, contexto del problema) y lo relaciona con el número de soluciones.  | 3,4,5,6 |
| 2.2. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando la utilidad y eficacia de este proceso. | 3,4,5, 6 |
| 2.3. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre dicho proceso.  | 3,4,5, 6 |
| 5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico y probabilístico.  | 3,4,5,6 |
| 6.1. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y utiliza los conocimientos matemáticos necesarios.  | 4, 5 |
| 6.2. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas.  | 3,4,5, 6 |
| 6.3. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto del problema real.  | 3,4,5,6 |
| 7.2. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso. | todos |
| **Bloque 2. Números y Álgebra** |
| 1.1. Reconoce los distintos tipos de números, indica el criterio utilizado para su distinción, los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa y los emplea para la resolución de problemas de la vida cotidiana.  | todos |
| 1.5. Calcula el resultado de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.  | todos |
| 2.1. Opera expresiones con raíces y potencias, utiliza la factorización cuando sea necesario y simplifica los resultados.  | todos |
| 3.1. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.  | 4,5, 6 |
| 3.2. Identifica la presencia de las sucesiones en la naturaleza y las finanzas y obtiene una ley de formación para el término general.  | 4,5, 6 |
| 3.3. Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, suma los infinitos términos de una progresión geométrica de razón menor que 1 y emplea estas fórmulas para resolver problemas. | 4,5, 6 |
| **Bloque 3. Geometría** |
| 2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.  | 3, 6 |
| 5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.  | 3,6 |

**Examen resuelto**

1. Realiza las siguientes operaciones (si es posible) (0,5 puntos cada una):
$$a) \left(2^{7}\right)^{2}∙2^{7}^{2}=2^{14}∙2^{49}=2^{63}$$

$$b) \sqrt{3}+\sqrt[4]{9}+\sqrt{12}=\sqrt{3}+\sqrt[4]{3^{2}}+\sqrt{2^{2}∙3}=\sqrt{3}+\sqrt{3}+2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$$

$$c) \left(2+\sqrt{3}\right)∙\left(5-2\sqrt{3}\right)=10-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-2∙3=4+\sqrt{3}$$

$$d)\frac{3^{15}}{9^{-2}}+3^{11}=\frac{3^{15}}{\left(3^{2}\right)^{-2}}+3^{11}=\frac{3^{15}}{3^{-4}}+3^{11}=3^{19}+3^{11}$$

2. Encuentra el valor de x razonadamente (0,5 puntos cada una):
$$a)\frac{4^{x}}{2^{7}}=32⇒\frac{\left(2^{2}\right)^{x}}{2^{7}}=2^{5}⇒\frac{2^{2x}}{2^{7}}=2^{5}⇒2^{2x-7}=2^{5}⇒2x-7=5⇒x=6$$

$$b) 5^{x}∙5=\frac{1}{25}⇒5^{x+1}=5^{-2}⇒x+1=-2⇒x=-3$$

$$c) \sqrt{3^{7}}=3^{x}∙\sqrt{3}⇒\sqrt{3^{2}∙3^{2}∙3^{2}∙3}=3^{x}∙\sqrt{3}⇒3^{3}∙\sqrt{3}=3^{x}∙\sqrt{3}⇒x=3$$

3. El volumen de un cubo es de 32 cm3. Calcula su arista y el área y la diagonal de sus caras.

Si a es la arista, $a^{3}=32⇒a=\sqrt[3]{32}=\sqrt[3]{2^{5}}=2\sqrt[3]{4} cm.(0,5 p)$

El área de las caras es $a^{2}=\left(\sqrt[3]{2^{5}}\right)^{2}=\sqrt[3]{2^{10}}=8\sqrt[3]{2} (0,5 p)$

Si d es la diagonal de las caras, por Pitágoras, $d^{2}=\left(\sqrt[3]{2^{5}}\right)^{2}+\left(\sqrt[3]{2^{5}}\right)^{2}=2\left(\sqrt[3]{2^{5}}\right)^{2}=16\sqrt[3]{2}$

Por tanto, $d= \sqrt{16\sqrt[3]{2}}=4\sqrt[6]{2} (1 p)$

**4. Un inquilino firma un contrato de alquiler por el que debe abonar 400 euros al mes. Si cada año le suben un 4%**

Cada año el alquiler se multiplicará por 1,04, por lo que se forma una progresión geométrica de razón 1,04.

**a) ¿Cuánto pagará al mes durante el décimo año?** $a\_{10}=400∙1,04^{9}≅569,32$

**b) ¿Cuánto dinero habrá desembolsado en total si permanece durante 10 años en el piso?**

$$12∙S\_{10}=12∙\frac{a\_{11}-a\_{1}}{r-1}=12∙\frac{400∙1,04^{10}-400}{0,04}≅57 629$$

5. Supongamos ahora que en lugar de un 4% le ofrecen una subida de 20 euros mensuales cada año (es decir, el segundo año pagaría 420 al mes, el tercero 440, etc.). Contesta a las mismas preguntas que en el problema anterior. (1,5 p)

En ese caso, la progresión sería aritmética de diferencia 20, por lo que
$$a\_{10}=400+9∙20=580; 12∙S\_{10}=12\frac{10\left(a\_{1}+a\_{10}\right)}{2}=60\left(400+580\right)=58 800$$

**6. La figura que tienes al margen es un fractal formado por infinitos triángulos equiláteros. Si partimos del mayor, de área la unidad,**

**a) forma la sucesión de las áreas de los triángulos e indica de qué tipo es.**

Cada triángulo es la cuarta parte del anterior, luego la sucesión sería geométrica de razón ¼:

$$\left\{1, \frac{1}{4}, \frac{1}{4^{2}}, \frac{1}{4^{3}},…,a\_{n}=\frac{1}{4^{n-1}},…\right\}$$

**b) Calcula el área total de la figura.**

$$S\_{\infty }=\frac{a\_{1}}{1-r}=\frac{1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{3}$$