*Dos paralelas se amaban… desgraciadamente.*

André Frédérique. Poeta francés (1915-1957)

**Matemáticas I. Examen de geometría analítica. 06.03.2017**

**1. (7 puntos) Sean los puntos A(1,7), B(0,-1) y C(k, 3). Halla razonadamente el valor de k para que:**

**a) Estén alineados.**

Para ello los vectores $\vec{AB} $y $\vec{AC}$ deben tener la misma dirección.

$$\vec{AB}∥\vec{AC}⇒\left(-1,-8\right)∥\left(k-1, -4\right)⇒4=-8\left(k-1\right)⇒k=\frac{1}{2}$$

**b) Formen un triángulo rectángulo en B.**

Ha de ser$\vec{BA}⊥\vec{BC}⇒\vec{BA}∙\vec{BC}=0⇒\left(1,8\right)∙\left(k,4\right)=0⇒k+32=0⇒k=-32$

**c) Formen un triángulo isósceles con lados iguales** $\overbar{AB}$ **y** $\overbar{AC}$

$$\left|\vec{AB}\right|=\left|\vec{AC}\right|⇒\sqrt{1+64}=\sqrt{(k-1)^{2}+16}⇒65=(k-1)^{2}+16⇒(k-1)^{2}=49⇒$$

$$⇒k-1=\pm 7⇒k=1\pm 7$$

**d) El ángulo** $∢(BAC)$ **sea de 45**$°$

$$\vec{AB}∙\vec{AC}=\left|\vec{AB}\right|∙\left|\vec{AC}\right|∙\cos(45°)⇒-k+1+32=\sqrt{65}∙\sqrt{(k-1)^{2}+16}∙\frac{1}{\sqrt{2}}⇒$$

$$⇒\left(33-k\right)^{2}=\frac{65\left(k^{2}-2k+17\right)}{2}⇒63k^{2}+2k-1073=0⇒k=\frac{-2\pm 520}{126}=\frac{-1\pm 260}{63}$$

**e) El triángulo ABC tenga un área de 10 unidades cuadradas.**

Si tomamos como base del triángulo el $\left|\vec{AB}\right|=\sqrt{65}$, la altura sería la distancia de C a la recta
$$\overbar{AB}≡8x-y=1⇒10=\frac{1}{2}\sqrt{65}\frac{\left|8k-3-1\right|}{\sqrt{65}}⇒\left|8k-4\right|=20⇒8k-4=\pm 20⇒k=3,-2$$

2. **(1,5 puntos)** **Encuentra la ecuación general, continua y paramétricas de la mediatriz del segmento** $\overbar{AB}$ **y explica qué propiedad geométrica tienen sus puntos.**

Punto medio de AB: $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$. Como la mediatriz es $⊥\vec{AB}$, un vector director será $\left(8, -1\right) $

$$\left. Ecuaciones paramétricas: \begin{matrix}x=\frac{1}{2}+8t\\y=3-t\end{matrix}\right\}; continua:\frac{x-\frac{1}{2}}{8}=\frac{y-3}{-1};general: x+8y=\frac{49}{2}$$

Los puntos de la mediatriz equidistan de A y de B

**3. (1,5 puntos) Encuentra las rectas paralelas a** $\overbar{AB}$ **que distan dos unidades de ella.**

Vector director de la recta buscada: $\left|\vec{AB}\right|=(-1,-8)⇒$ la ecuación será $r≡8x-y-C=0$

$$d\left(\overbar{AB},r\right)=d\left(B, r\right)⇒2=\frac{\left|1-C\right|}{\sqrt{65}}⇒2\sqrt{65}=\left|1-C\right|⇒1-C=\pm 2\sqrt{65}⇒C=1\pm 2\sqrt{65}$$